

教職課程の学生にみられる子どもの数理認識に関する理解

太田 直樹⁽¹⁾

Students' thinking about the mathematical perception of children in teacher training course

OHTA Naoki⁽¹⁾

In a society that is expecting the "2030 problem," the educational field is also expected to undergo changes. Therefore, it is necessary to reexamine the subject of education in teacher training colleges for the improvement of school education. However, limited research has been conducted on teacher training colleges. This study discusses the perception of students regarding the mathematical recognition of children using the inventory survey method. The study results revealed that it is difficult to determine the mathematical recognition of children. Furthermore, it was observed that students' knowledge of arithmetic is problematic, and this is reflected in their erroneous notions.

Keywords : mathematical perception of children, arithmetic instruction method, teacher training course, students' thinking

1. 本研究の背景と研究目的

現在、教育現場は、大きな変革を求められている。2016年8月に発表された中教審の「次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ」によれば、「グローバル化は我々の社会に多様性をもたらし、また、急速な情報化や技術革新は人間生活を質的にも変化させつつある。こうした社会的変化の影響が、身近な生活も含め社会のあらゆる領域に及んでいる中で、子供たちの成長を支える教育の在り方も、新たな事態に直面していることは明らかである¹⁾。」とあるように、第4次産業革命の到来とともに、社会や生活の大きな変化が推測され、問題提起されている。このような変化に対応するために、国立教育政策研究所は、21世紀を生き抜くための資質・能力として、基礎力・思考力・実践力を位置づけ、構造的に捉え直している²⁾。そして、これらの資質・能力を育むために、

算数科をはじめとする教科教育では、子どもたちが主体的・協働的に学ぶアクティブラーニングで、教育内容と資質・能力を繋ぐことが提唱されている。

一方、算数科教育では、以前より子ども主体の学習や、能動的な学習が提唱されてきている。例えば、1989年（平成元年）の学習指導要領算数科では、低学年の目標で、「具体的な操作などの活動を通して、…以下略…」と、子どもたちが具体物を操作する活動を通して学習することが明記されている³⁾。その後も、1998年（平成10年）には、算数科の目標として「数量や図形についての算数的活動を通して、…以下略…」と、低学年からすべての学年へと拡充され、2008年（平成20年）学習指導要領にも引き継がれている。このような主体的・協働的な学習へ子どもたちを導くためには、指導計画を立てる際や授業中に、子どもたちがどのように思考し、どういった発言をする

⁽¹⁾福山市立大学教育学部児童教育学科

のか、推測する力が欠かせない。そのための観点の1つとして、これまでの数学教育学の知見により、子どもの数理解識を授業に活かすことの効果が示されている⁴⁾。当然、教育技術も重要であるが、技術を活かすための判断力には、子どもたちの数理解識が背景に存在しているのである。

以上のように、教職課程では、数十年後のこれからの未来に生きる子どもたちを育てる教員の養成のために、どのような教科教育を行うことが望ましいか、再検討する必要がある。しかしながら、崎谷(2010)は、教職課程における算数教育の扱いに対する研究が、他の分野の研究に比べ、未だ十分ではないと指摘している⁵⁾。以下、いくつかの先行研究をもとに、算数科指導法の授業を再考する視点を整理する。

岩永(2006)は、純粋数学の研究者として、数に関する内容に限定して、数学的素養の講義を行い、学生が演算法則や因数分解などの数学の理論を把握する必要性を述べている⁶⁾。上岡(2015)は、全16回の授業のうち、14回を模擬授業に関する授業に当て、授業研究の実践力を高める試みを検証している⁷⁾。しかし、これらの先行研究には、教育的意義はあるものの、数学的素養の教授や模擬授業のみを行うことで、算数科の教材研究をして毎日授業を行う視点が身につくかどうか疑問が生じる。実際、疋田(1981)らが現場教員を対象に行ったアンケートでは、「数学を学んだが、現場に活かすことができない」「現場にどう降ろしていくかの講義を」という意見が約2/3を占めていることを明らかにしている⁸⁾。そこで拙稿(2016)では、教職課程における算数教育で育む力を、教育現場で教材研究をしていく力と位置づけ、以下の3つの観点を身に付ける必要があることを挙げた⁹⁾。

- ①指導内容の数学的な背景を理解する観点
- ②教育内容に対する子どもの数理解識を把握する観点
- ③授業方法を工夫・創造する観点

そして、算数科指導法では、②教育内容に対する子どもの数理解識を把握する観点を身に付けることを提案した。この観点をいくつかの数学的な教材観とともに扱うことが、現場の教員から聞かれる意見の改善案にも繋がるであろう。ただし、上記観点は、教職課程の学生にみられる子どもの数理解識に関する理解を実証的に検証した上での提案ではない。

そこで、本研究では、教職課程における算数科指導

法の授業で、子どもの数理解識を扱う必要性を示すために、学生の子どもに対する理解の様相を明らかにすることを研究目的とする。

2. 学生の理解についての認識調査

2-1 調査の目的

算数科指導法では、子どもの数理解識の観点を持ち、未知の子どもの数理解識を想定できる力を育てることを提案した。そこで、本調査では、子どもの数理解識に対する学生の理解の様相を明らかにすることを目的とする。

2-2 調査方法について

本調査では、2016年度第3学期10月～12月に開講される算数科指導法を受講する2年生47名を対象とした。調査方法は、質問紙調査法であり、回収された44名分(回収率:93.6%)を分析対象とした。なお、本調査では、1回目の授業日に調査用紙を配布し、倫理上の説明をした上で、任意提出を求めている。被験者の中で44名(93.6%)は、算数教育学に関わる内容として、2016年度2学期に、選択必修科目「算数」を受講している。選択必修科目「算数」の授業では、算数科の学習に関する数学的な背景を主な講義内容とし、量の性質や基本図形の定義、関数の定義などの説明を行っている。ただし、子どもの数理解識は、特に扱っていない。

2-3 調査問題の構成

本調査では、(1)主に子どもの数理解識に関する設問7問と、(2)主に算数科の教育内容の知識5問の計12問を論述形式で出題した。各設問の内訳では、算数科の4領域「数と計算」「量と測定」「図形」「数量関係」に対して、各1、2問程度出題した。各設問の概要と趣旨、想定する正答について、表1、2に示す。

3. 認識調査の結果、及び、考察

(1) 子どもの数理解識に関する学生の理解

まず、子どもの数理解識に関する学生の理解について、正答率を図1に示し考察する。

図1より、「苦手な九九」「長さの保存性」「単位の普遍性」についての設問で、正答者が36名(81.8%)以上と高いことがわかる。「苦手な九九」については、7の段をはじめとする大きい数のかけ算が覚え

表1 子どもの数理認識に関する設問の趣旨と想定する正答

領域	設問名	各設問の概要と趣旨 (子どもの認識について)	想定する正答 ○正答, △準正答
数と計算	苦手な九九	苦手な傾向の高い九九の段を考える設問	○:7の段(7と8,7と9という回答も含む) 語呂が悪く唱え辛い ため △:8,9の段のみ
	わり算の意味	割り算の意味(等分除,包含除)の文章題を提示し,どちらが理解しやすいかを問う設問	○:等分除 日常で多く経験するのが等分除のため
量と測定	長さの保存性	長さの等しいことを示した2つのひものうち,その1つを丸めた図を提示し,子どもが長さをどうなったと考えるかを問う設問	○:短くなる 保存性が身についておらず見た目に影響されるため
	単位の普遍性	同じ重さである1kgの鉄と1kgの綿のどちらが重いと考えるかを問う設問	○1kgの鉄 日常の経験が影響し,量よりも物の質で判断するため
図形	三角形の弁別(1)(2)	三角形の弁別について,学習前の子どもが考える傾向を問う設問。具体的には,三角形であるのに,三角形ではないと考える図形と,三角形ではないのに,三角形であると考えられる図形	(1)○鈍角三角形(う) 一般的に見る形と異なり回転しているため (2)○曲線のさんかく(い) 日常では,概形で「さんかく」と呼ぶため
	描画認識	立方体の見取り図を描き,その見取り図が,サイコロのような箱であると理解できるのは,どのくらいの年齢かを問う設問	○:幼児期 絵本を見たり,絵を描いたりする経験があるため △:低学年
数量関係	□を使った式	□を使った式の減法の式の中で,被減数や減数が未知数である式を提示し,どちらが誤答しやすいかを問う設問	○:減数が未知数 逆算をすれば解けるとい う解法を適用できないた め

表2 教育内容の知識に関する設問の趣旨と想定する正答

領域	設問名	各設問の概要と趣旨	想定する正答 ○正答, △準正答
数と計算	量分数の理解	子どもは, 日常の経験に影響されて, 常に分割分数として考える傾向がある。その同様の設問をどのように回答するかを問う設問	○1/2mを量分数で捉える回答(全体の長さの4分の1である50cmの部分) ×分割分数で捉える回答
量と測定	面積の量感	約150cm ² であるものを選ぶ量感が身についているかを問う設問 (1)切手(2)はがき (3)教科書(4)部屋の床	○(2)年賀はがきの面積150cm ² = 15cm × 10cmのようにかけ算に戻して考える回答
図形	図形の定義 (1)(2)	(1)長方形の定義 (2)平行四辺形の定義 定理と混同せず定義を理解しているかどうかを問う設問	○正しい定義 ×定理混合, 定理のみ ×記述が不十分
数量関係	関数の定義	小学校段階の関数の定義によって, 折れ線グラフで表された「気温と時刻」のような不規則な関係を関数と判断できるかを問う設問	○(関数の定義に)なっている。 「時刻によって気温が変化しているため」 ×なっていない。 「規則的でない」
	適切な統計グラフ	4つの数量をグラフ化する際に, その数量の特徴をもとに, 適切な統計グラフを選択できるかを問う設問	○完答 ア)毎月的身長→②折れ線 イ)得点毎の人数→④柱状 ウ)受験者の合格率→③円 エ)子どもの本の冊数→①棒

づらいことを自然に理解しているといえる。「長さの保存性」「単位の普遍性」に対しては, 前述の通り, 選択必修科目「算数」で量の性質として講義している。その際, その量の性質を学ぶ必要性として, 子どもの数理解と関連していることを伝えた。そのことが, 本設問の理解を高める効果があったと考えられる。反対に, 正答者が少ない設問に, 「三角形の弁別(2)」「描画認識」「□を使った式」があり, 順に15名

(34.1%), 9名(20.5%), 7名(15.9%)となっている。三角形の弁別は, 小学校第2学年で指導するが, この理解のままでは, 誤った発言した子どもたちに対して, 認識を高める適切な指導ができず, 定義を教えこむことになるであろう。描画認識に関しては, 準正答とする低学年を含めても, 多くの学生が立方体の見取り図を子どもが認識できないと考えていることがわかる。数学教育学の知見として, 見取り図を理解

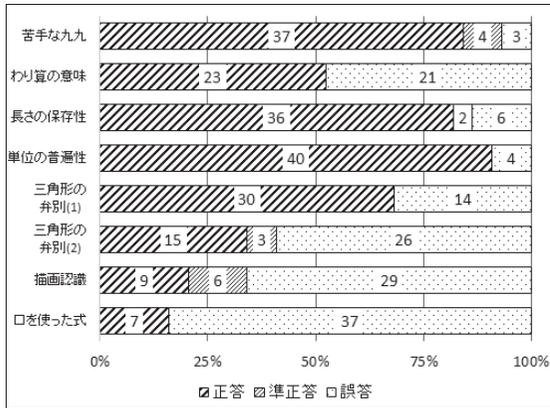


図1 子どもの数理認識に対する学生の理解

できる段階と、描画可能になる段階に差があり、理解できているが思うように描けない段階があることが明らかになっている¹⁰⁾。このような学生の理解であれば、図形の単元において、立体図形の板書をさけ、適切な描画指導を行わない可能性が推測される。□を使った式に関しては、中学校の方程式の学習に繋がる学習であり、平成21年度より先行実施された学習指導要領で、新たに小学校第3学年から扱うこととなっている。したがって、学生は、小学校において学習経験はない。そのため、子どもの数理認識を自身の経験や直観により判断することになり、正答率が低いのであろう。

次に、各設問に対して、どのような根拠をもとに、判断しているのか、回答の記述をもとに考察する。

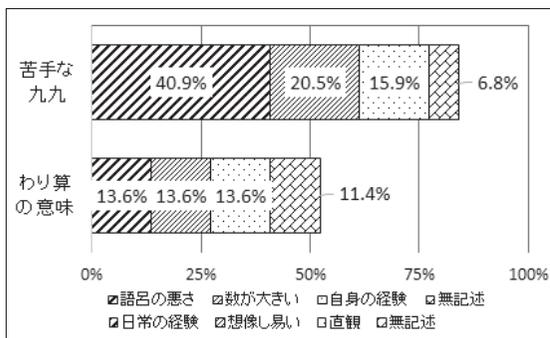


図2 「数と計算」領域の回答(正答)の分類

図2に、「数と計算」領域の回答(正答)の分類を示した。より多くの学生の回答を考察するため、正答の記述を分類する。各設問の分類は、順に「苦手な九九」が「語呂の悪さ」「数が大きい」「自身の経験」「無記述」であり、「わり算の意味」が「日常の経験」「想像し易い」「直観」「無記述」である。

「苦手な九九」に関しては、7の段の語呂による唱えづらさを理由とする回答が18名(40.9%)と、正答の半数弱の学生が、子どもの数理認識を適切に考えることができている。また、数が大きいことにより覚えづらいという回答が9名(20.5%)となっている。他の理由であった「自身の経験」によるものも、授業の際に、語呂の悪さや、数が大きいことを他の学生が指摘し顕在化されることで、九九の重点的な指導ポイントを把握することができるであろう。

一方、「わり算の意味」に関しては、等分除の方が日常の経験が多いという適切な理由が6名(13.6%)と少ない。そして、「想像し易い」という回答は、6名(13.6%)である。想像し易い背景に、子どもたちの生活経験があることを伝える必要があろう。他の回答は、直観によるものや無記述であり、理由を明確に考えることができていると考えられる。したがって、「わり算の意味」に関しては、まずわり算に等分除と包含除という状況の違いにより2つの意味が存在することを伝えた上で、子どもたちが日常経験の中で等分除に多く接していることを伝える必要があると考えられる。

一方、「わり算の意味」に関しては、等分除の方が日常の経験が多いという適切な理由が6名(13.6%)と少ない。そして、「想像し易い」という回答は、6名(13.6%)である。想像し易い背景に、子どもたちの生活経験があることを伝える必要があろう。他の回答は、直観によるものや無記述であり、理由を明確に考えることができていると考えられる。したがって、「わり算の意味」に関しては、まずわり算に等分除と包含除という状況の違いにより2つの意味が存在することを伝えた上で、子どもたちが日常経験の中で等分除に多く接していることを伝える必要があると考えられる。

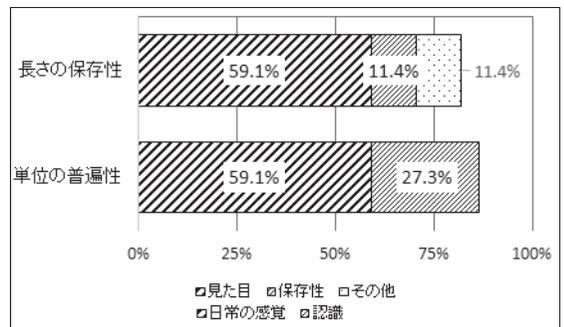


図3 「量と測定」領域の回答(正答)の分類

図3に、「量と測定」領域の回答(正答)の分類を示した。各設問の分類は、順に「長さの保存性」が「見た目で判断」「保存性の未習得」「その他」であり、「単位の普遍性」が「日常の感覚」「認識」である。「長さの保存性」に関しては、26名(59.1%)、及び、5名(11.4%)の学生が、子どもたちが量の保存性を未習得のため、見た目で判断してしまうこと

を指摘している。「単位の普遍性」に関しては、26名（59.1%）の学生が日常の感覚によることを理由とし、12名（27.3%）の学生が鉄の方が重い認識があることを理由としている。つまり、正答である学生は、日常の感覚により綿よりも鉄が重いことを適切に指摘していると考えられる。算数科指導法の受講前の段階では、誤答である学生も若干名いるが、授業の際に、量の単位や単位換算の指導のみならず、量の性質に対する指導の必要性と、その性質に対する認識を伝えることで、理解し得るであろう。

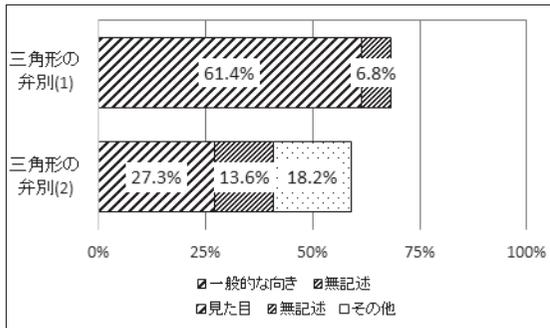


図4 「図形」領域の回答（正答・誤答）の分類

図4に、「図形」領域の回答（正答・誤答）の分類を示した。各設問の分類は、「三角形の弁別(1)」は、「一般的な向き」「無記述」であり、「三角形の弁別(2)」は、(え)の図形を選び理由が「見た目が三角形」「無記述」と、「その他(無回答含む)」である。「三角形の弁別(1)」の回転した鈍角三角形については、27名(61.4%)の学生が、一般的な向きに図形がおかれていないという正しい理由を指摘している。一方、「三角形の弁別(2)」では、正答である曲線で描かれた図形(い)ではなく、辺が繋がっていない図形(え)を選び誤答となっている。その理由としては、12名(27.3%)の学生が、「見た目が三角形」と記述している。確かに、辺が繋がっていない図形(え)は、見た目が三角形と似ている図形なのだが、日常生活で「さんかく」と呼ぶことが少なく、子どもたちの多くも「三角形ではない」と考えるのである。このように学生が誤認識していると、実際に授業を行う際に、子どもたちにより重点的に考えさせるポイントが合わないことに繋がる。したがって、子どもたちが日常の経験に影響を受けて、誤った図形の認識をもっていることを、三角形などを例として、授業の中で伝える必要

があるといえる。

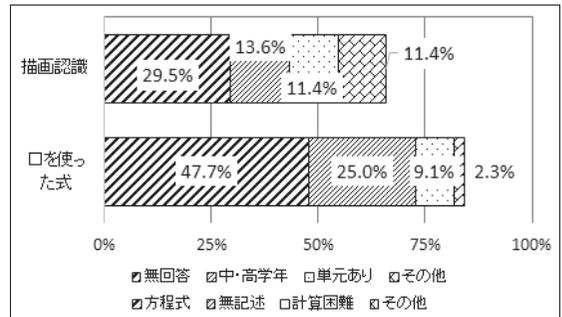


図5 「数量関係」領域の回答（誤答）の分類

最後に、図5に、「数量関係」領域の誤答の分類を示した。各設問の分類は、順に「描画認識」が「無回答」「中・高学年」「学習する単元あり」「その他」であり、「□を使った式」が「方程式の考え方」「無記述」「計算困難」「その他」である。

まず、「描画認識」については、13名(29.5%)の学生が、無回答のため誤答となっている。さらに、6名(13.6%)の学生も、中学年や高学年の時期だと推測し、その理由は無記述となっている。つまり、「描画認識」については、子どもの数理認識を推測することが非常に困難であるといえる。5名(11.4%)の学生が、中・高学年に、立体図形を学習する単元があることを指摘しているが、前述の通り、平面に描かれた立体図形を理解できる段階と、描ける段階に差がある。直観的に、幼児期に理解していると回答している学生も9名(20.1%)いるが、その理由は明確ではない。したがって、立体図形に関する数理認識の授業が必要であると考えられる。

(2) 算数科の教育内容に対する知識

算数科の教育内容に対する知識について、正答率を図6に示し考察する。「数と計算」領域を1問、「量と測定」領域を1問、「図形」領域を1問(2題)、「数量関係」を2問の計5問出題した。

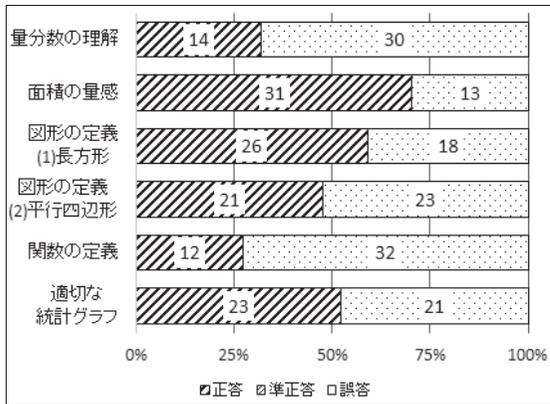


図6 算数科の教育内容に対する知識

まず、「面積の量感」についての設問で、31名（70.1%）が正答になっている。「面積の量感」については、学校教育の中で、ある程度の知識が身につけているといえる。「図形の定義(1)(2)」「適切な統計グラフ」の設問では、それぞれ26名（59.1%）、21名（47.7%）、23名（52.3%）の半数前後の学生が、適切な定義を記述し、適切なグラフを選択している。ただし、これらの内容は、小学生の子どもたちに教える教育内容であることを考慮すれば、知識が十分であるとは言いがたい。一方、「量分数の理解」「関数の定義」についての設問では、14名（31.8%）、12名（27.3%）と、3割程度の学生しか、正しい知識を身に付けていないことが分かる。算数科教育では、分数や関数をはじめいくつもの数学的概念を初めて指導し、それらの良さや日常生活に活用できることを感じ、気づかせることが目標となる。したがって、少なくとも教員は、教育内容の本質的な理解をしておく必要がある。しかしながら、多くの学生は、算数科指導法の受講前に、十分な理解ができていない現状が明らかとなった。

次に、各設問に対して、どのような根拠をもとに、判断しているのか、回答の記述をもとに考察する。

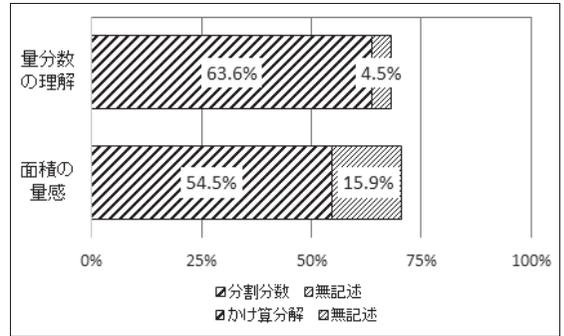


図7 「数と計算」「量と測定」領域に対する回答の分類

まず、図7に、「量分数の理解」の誤答と「面積の量感」の正答の回答を分類した。各設問の分類は、順に「量分数の理解」が「分割分数」「無記述」であり、「面積の量感」が「かけ算分解」「無記述」である。「量分数の理解」は、理由の記述のない2名（4.5%）の学生を除き、誤答である学生28名（63.6%）が、全体の長さ2mを等分割する分割分数の考え方のため誤答となっている。この誤答は、先行研究で指摘される、子どもたちが誤認識し易い考え方と同様である¹¹⁾。つまり、「量分数の理解」に関して、多くの学生は、これまで理解を改める機会がなく、指導する子どもたちと同じ数理認識にあると考えられる。

「面積の量感」は、24名（54.5%）の学生が、150cm²を15cm×10cmなどのかけ算に分解し、見当をつけている。理由の記述のない学生7名（15.9%）も、何らかの推測により正答していることより、講義の中で、かけ算へ分解して面積を見積もる考え方を討議させることで、子どもたちに面積の量感を育む指導方法を考えられるであろう。

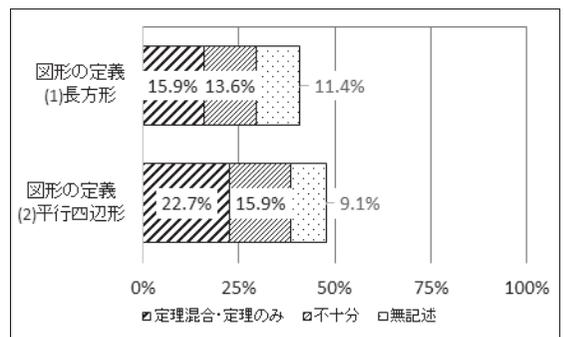


図8 「図形」領域に対する回答（誤答）の分類

図8に、「図形」領域の回答の分類を示した。正答は、すべて正しい定義の記述であり同一なので、誤答の記述を考察する。設問の分類は、同様で「定理混合・定理のみ」「不十分」「無記述」である。最も多い誤答は、定義と他の定理を両方記述した記述や定理のみの記述で、それぞれ7名(15.9%)、10名(22.7%)である。定義と定理を混同して理解しており、数学が定義を基にして定理が導かれているという論理性を理解していないといえる。また、「すべての角が直角」や「辺が平行」などの、定義として不十分な誤答が、それぞれ6名(13.6%)、7名(15.9%)であった。このように、これまでの学校教育にも要因があるが、算数科指導法の授業において、定義と定理の論理的な繋がりや、正確な定義などを伝える必要があると考えられる。

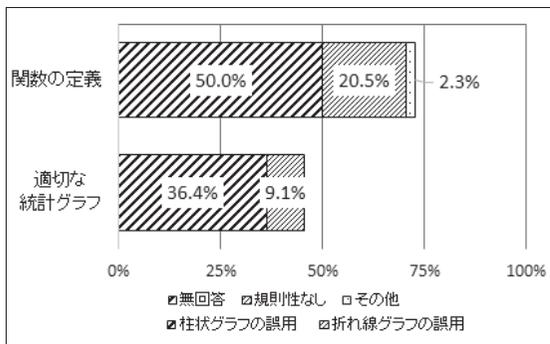


図9 「数量関係」領域に対する回答(誤答)の分類

最後に、図9に、「数量関係」領域の「関数の定義」と「適切な統計グラフ」に関する誤答の分類を示した。各設問の分類は、順に「関数の定義」が「無回答」「規則性なし」「その他」であり、「適切な統計グラフ」が「柱状グラフの誤用」「折れ線グラフの誤用」である。「関数の定義」に関しては、22名(50.0%)の学生が、無回答であり、9名(20.5%)の学生が「規則的に変化していない」と回答している。つまり、時刻と気温の変化を表す折れ線グラフが、関数の定義(伴って変わる数量関係)に合っているかどうか判断できていないといえる。学校教育では、規則的な数量関係のみを関数の例として扱っていることが要因であろうと考えられる。

「適切な統計グラフ」に関しては、柱状グラフを含む誤用をしている学生が16名(36.4%)、折れ線グラ

フの誤用をしている学生が4名(9.1%)となっている。本調査対象の学生は、現学習指導要領の移行初年度に中学校で柱状グラフを学習している。そのため、十分な指導が行われなかった危惧がある。しかしながら、現学習指導要領では、小学校第6学年で、柱状グラフを指導することになっており、改めて学習し直す必要を感じる。

4. おわりに

本研究では、教職課程の授業科目である算数科指導法の指導計画を検討するために、子どもの数理認識に関する学生の理解の様相を明らかにした。先行研究では、数学的素養の教授や模擬授業のみを行う指導計画が提起されているが、現場の教員からは実際の指導と遊離している課題が挙げられている^{6) 7) 8)}。そこで、本研究では、算数科指導法で扱う内容として、子どもの数理認識についての観点の育成が必要であることを提起し、認識調査により指導前の学生の意識の様相を明らかにした。

調査では、(1)主に子どもの数理認識に関する設問と(2)主に算数科の教育内容に対する知識の2つを設定した。調査の結果、子どもの数理認識に関しては、学生自身の経験だけでは子どもの数理認識を適切に推測することが困難であることが明らかになった。したがって、算数科指導法の中で、子どもの数理認識を捉える観点を育むことが重要であろう。そして、その中で、「子どもたちは、学習前の段階でも、日常の経験の中で自分自身の数理認識を高めている」「学習内容を直接教えるだけでなく、子どもがもっている数理認識を顕在化させ、その認識を高めるような指導を考えることが大切である」という数学教育観を育てる必要があると考えられる。また、算数科の教育内容に対する知識に関しては、既習である算数科の教育内容に対して、不正確な知識のままである一面があり、子どもたちと同様な数理認識のままであることが明らかとなった。算数科指導法の中で、教える側の立場として、教育内容の知識を改めて振り返り、子どもの数理認識と合わせて伝える必要があると考える。

今後の課題としては、本調査結果を基に構成した算数科指導法のカリキュラムが、子どもの数理認識を把握する観点を学生に育むことが可能であるかどうか、検証することが挙げられる。

【引用・参考文献】

(2016年10月24日受稿, 2016年11月18日受理)

- 1) 中央教育審議会 (2016), 「次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ」, 1-15, 2016年10月1日最終確認
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/004/gaiyou/1377051.htm
- 2) 国立教育政策研究所 (2016), 『国研ライブラリー 資質・能力 [理論編]』, 東洋館出版社, 230-233
- 3) 国立教育政策研究所, 「学習指導要領データベース」, 1989年・1998年・2008年参照, 2016年10月1日最終確認
<http://www.nier.go.jp/guideline/index.htm>
- 4) 太田直樹 (2015), 「数学教育における認識調査を活用した実践研究」, 『福山市立大学教育学部研究紀要』 vol. 3, 11-18
- 5) 崎谷真也 (2010), 「第10章数学教師論・教員養成論」, 『数学教育学研究ハンドブック』, 日本数学教育学会, 449-455
- 6) 岩永恭雄 (2006), 「算数科指導法の講義内容を検討する」, 『信州大学教育学部附属教育実践総合センター紀要『教育実践研究』No. 7, 101-110
- 7) 上岡学 (2016), 「大学教職課程における教科教育法に関する実証的研究: 初等算数科指導法における授業研究(模擬授業を含む)の方法と検証」, 『武蔵野大学教職研究センター紀要』 4号, 59-70
- 8) 疋田孝彦・三輪辰郎・橋本是浩・鈴木正彦 (1981), 「小学校教員養成課程における数学教材の研究 第1報」, 『大阪教育大学紀要』 第V部門 第30巻 第1・2号, 11-22
- 9) 太田直樹 (2016), 「教員養成課程における算数・数学教育観の変容—選択必修科目「算数」を通して—」, 『福山市立大学教育学部研究紀要』 vol. 4, 11-20
- 10) 渡邊伸樹 (2005), 「描画に見る子どもの空間概念の形成過程について(その1) —前見取り図世界観の獲得要因—」, 『数学教育学会誌』 Vol. 46/No. 1・2, 55-70
- 11) 森川幾太郎, 「分数(戦後の歴史を含めて)」, 横地清, 『新版 21世紀への学校数学の展望』, 誠文堂新光社, 1998

【謝辞】 本研究は, JSPS科研費(15K04524)の助成を受けたものである。