福山市立大学教育学部研究紀要，vol.12, pp. 25-33, 2024
doi: http://doi.org/10.15096/fcu_education.12.04

「部分と全体の関係性」に関連する研究の動向
―― 数概念の発達に関わるアプローチ ――

太田　直樹[(1)]

本研究の目的は，「部分と全体の関係性」に関する研究の動向を整理して，今後の展望を示すことである。「部分と全体の関係性」とは，整数の構成に関するものであり，幼児期から児童期に育まれる数概念の発達と関連が深い。「部分と全体の関係性」と数概念の発達に関連する学術論文を調査した結果，数概念の発達に関する研究は，1960年頃からの計数方略によるアプローチにより様々な知見が見いだされており，1980年頃から数の構成に関わる「部分と全体の関係性」といった構造的アプローチの視点がみられたことに整理した。課題としては，構造的アプローチによる研究は，近年焦点があてられてきたため，子供がどのように理解しているのか，また，どのように測るのかが明確ではないことを指摘した。さらに，本研究では，先行研究の整理を基に，「部分と全体の関係性」に関して，可換性，等価性，共変性，完全性の４つを構成要素として暫定的に設定した。

キーワード：部分と全体の関係性，数概念，計数アプローチ，構造的アプローチ

１．研究の背景と目的

算数・数学科における「部分と全体の関係性」は，数の構成に関する考え方であり，数概念の発達と密接に関連する。数学において「部分」や「全体」の用語は，集合論を背景として，対象となるすべての要素を含む集合を全体集合とし，集合Aの要素が集合Ｂにすべて含まれるような集合Ｂを部分集合とする際に用いられる（長谷川(2000)）。一般的には，上記の概念で用いられているが，数の概念発達について論じる際には，「部分と全体の関係性」が自然数の構成に対して用いられている（Ekdahl(2019)）。なお，自然数の構成における「部分と全体の関係性」とは，「自然数の部分集合である偶数」などのように数の集合として扱うのではなく，図１のような具体的な数の構成として扱われている。例えば，７という全体の数に対して，その部分の数である２と，補数の５で構成される関係をさす。以下，本稿では，「部分と全体の関係性」とは，「自然数a，b，cに対して，a＋b＝cの加法構造となる時に，a，bを部分の数，cを全体の数とし，それらの関係性である」と定義する。

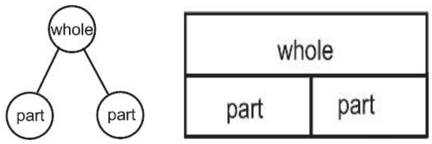

図１　「部分と全体の関係性」を表す図

近年，「部分と全体の関係性」は，Early Algebraという研究領域から注目されるようになっている。Early Algebraとは，Kieran，et.al（2016）によれば，6歳から12歳までを対象とし，代数的思考（Algebraic Thinking）の発達に関する研究が，1990年代からみられるようになり，新しい研究領域として成立し始めたとされている。当初は，12歳から15歳までの生徒や高校生が代数を初めて学習する際に，算術から代数形式の推論への移行に伴う課題があることの指摘に対する改善案とされていた（Kieran，et.al（2016））。そ

[(1)]福山市立大学教育学部児童教育学科　e-mail: n-ohta@fcu.ac.jp

して，小学校から代数を段階的に導入することで，後に子供達がより高度な代数概念を理解しすくなる可能性があるという示唆（Carraher & Schliemann 2007）や，その早期の指導は，子供たちの代数的思考を育みうる可能性があることが実践的に検証されている（Blanton, et.al (2015)，Carraher & Schliemann (2015)）。この代数的思考は，Kieran, et.al (2016)）によれば，数や量の数学的構造や数量関係について，数学的な関係やパターンに気づき，一般化したり，数式に表現したりすることだと考えられる。「部分と全体の関係性」は，数や量の数学的構造，とくに加法構造にあたり，幼児期から児童期の子供たちの数概念の発達や代数的思考の萌芽として重要な概念であるといえる。

また，算数・数学教育において，「部分と全体の関係性」に関連する研究は，幼児期からの数概念の育ちという観点からもなされてきている。特に，数量の概念変化が自生的に生じるのか，生得的な概念構造が備わっているのかなど，幼児期の子供の数量概念がどのように発達するのかなどが検討されてきた。そして，それらの幼児期からの数概念の発達によって，小学校低学年の算数の学習に影響していると考えられる。しかし，学術論文において，先行研究を広く検討した研究は，管見の限りみられない。「部分と全体の関係性」は，小学校低学年での躓きの現状から考えると，子供たちが必ずしも身につけているとは言い得ない実情がある。

そこで，本研究では，「部分と全体の関係性」に着目し，その関連研究の動向を整理し，今後の課題を検討することを目的とする。まず，本報告では，小学校低学年における「数と計算」領域の学びと躓きに対する数学教育学の知見を整理した上で，それらの下支えとなる幼児期の数の概念発達の知見について整理することとする。そして，幼児期の数概念の発達の研究過程から，１つずつを数える計数方略によるアプローチではなく，構造的なアプローチによる研究の重要性を指摘する。そして，今後検討が必要と考えられる研究対象として，構造的アプローチである「部分と全体の関係性」の理解が，どういった様相であると想定されるのかを明確にすることとする。

２．小学校低学年の「数と計算」領域の学びと躓き

小学校第１学年の学習内容は，学習指導要領の区分によるA領域「数と計算」に，多くの時間が割り当てられている。それらの教育内容は，１～10までの数字の読み書きと，集合数や順序数として計数される数の意味，数の大小関係にはじまり，数の構成として10までの合成と分解，１桁の足し算と引き算などが扱われている。その後，扱われる数の範囲が，20までの数に拡がり，繰り上がり繰り下がりのある足し算・引き算などに発展していく。

これらの教育内容の中では，数唱や計数，数字の読み・書き，簡単な足し算や引き算については，幼児期からの遊びや生活を通して，比較的に理解している傾向が高い。しかしながら，子供達が困難とする単元に「数の合成・分解」「繰り上がり繰り下がりの加法・減法」があげられている。例えば，宇野・佐藤（2013）は，教員123名を対象に質問紙調査を行い，繰り下がりの引き算に次いで，10(まで)の合成・分解のつまずきが多く指摘されていることを示している。また，松尾(2013)も同様に，教員を対象に質問紙調査を実施し，低学年の学習内容において困難性の高いと認める内容の中で，数と計算領域において「全体から部分を求めることとひき算との対応を理解すること」が挙げられることを示している。また，石田・子安(1988)は，低学年の児童642名を対象に，繰り上がり繰り下がりのある加法・減法の８種類の文章題理解度を質問紙法により調査し，増加・合併・求残の３タイプが易しく，求大と増加（逆思考）の２タイプが特に難しいといった質的な特徴を明らかにしている。

このように，小学校第１学年における学習内容の中で，「数の合成・分解」「全体から部分を求めるひき算(求部分型)」「繰り上がり下がりのある加法・減法」が，困難であるとされる。そして，「繰り上がり繰り下がりの加法・減法」に対する理解を促す指導の手立てとしては，「数の合成・分解」を念頭操作によって習熟する必要性が指摘されている（守屋(2019)，黒田(2017)）。これらの指導では，例えば，ある数の物体を２つに分けた際に，片方の数（部分）を隠した上で，全体の数ともう片方の数（部分）の関係性から，隠された数を念頭で答えられるように習熟することが提起されている。そうすることで，繰り上がり繰り下がりのある加法・減法の意味理解に含まれる数の合成

や分解の操作が理解しやすくなることが示されている。

以上のように，小学校低学年にみられる「数の合成・分解」や繰り上がり繰り下がりのある加法・減法の文章題の理解が困難であるという指摘がある。その要因としては，幼児期より育まれ始める数概念の発達が関連していると考えられる。とりわけ，数えなくても瞬時に数を認識する認識（Subitizing）や，「部分と全体の関係性」により数を構造として把握することが関連すると考えられる（Clements(1999)）。したがって，幼児期の数概念の発達が，どのような概念で捉えられ，どのようなプロセスを経て育まれているのか整理する必要があろう。そこで，以下では，幼児期の数概念の発達に焦点をあてることとする。

３．幼児期の数概念の発達

子供たちの多様な数概念は，家庭や園などの身近な環境での様々な経験や環境の違いを反映している。Aunio et al.（2015）は，フィンランドの幼稚園の年長児235名を対象にして実施した年３回の縦断的調査により，幼児期の段階で数的技能の差がすでに見られ，成績の低い子供は，年間を通じて低いままであり，数概念の技能は向上したものの，平均的な子供には追いつかなかったことを明らかにしている。一方，Ramani & Siegler（2011）は，低所得層と中所得層家庭における就学前の３歳～４歳の幼児88名を対象に，数的活動の介入研究を実施している。その結果，両グループとも，数直線での数の推定，数の大小比較，数字の識別などの数概念の発達に効果がみられ，低所得者層の幼児は，中所得者層の幼児と同程度，またはより多くの知識を学習したことを明らかにしている。

このように，幼児期に育まれる数概念は，家庭環境や園での保育の有無，さらに幼児自身の個人差などによって多様な発達の様相となっている。そのため，数概念の変化が，自生的に生じるのか，そもそも生得的な概念構造が備わっているのかなど，幼児の数概念がどのように発達するのが検討されてきている。

そこで，本節では，幼児期から育まれる数概念の発達に関する動向を整理することとする。数概念の発達に関する先行研究を整理したところ，物の数を１つずつ数えるような計数方略によるアプローチと，「部分と全体の関係性」や「サビタイジングを基盤とする認識（conceptual subitizing)」が関連する構造的アプローチの２つの視点に分類された。なお，「サビタイジングを基盤とする認識」は，中橋・岡部(2022)がClements(1999)の「conceptual subitizing」を意訳したものであり，「数の集合を全体や集合を構成する部分として捉えることにより瞬時に数を認識すること」である。以下，計数方略によるアプローチと構造的アプローチの先行研究の概観し，その理論的背景を整理する。そして，構造的アプローチによる視点が，小学校低学年以降の「数と計算」領域の理解につながることを指摘する。

（１）計数方略によるアプローチ

幼児期の数概念の発達に関しては，1960年代頃から，数詞の数唱を前提として，一対一対応や序数性・基数性などの計数の原理や，count-allやcount-onなどの計数方略の発達といった，数唱や計数方略の発達にともなって数概念が発達するものと捉えられてきた（Piaget & Szeminska(1941)，Gelman & Gallistel (1978)，Fuson（1982)，吉田(1991)，湯澤・湯澤(2011)）。例えば，Piaget & Szeminska(1941)の理論によれば，前操作期にあたる幼児期の初めから約７歳までの段階で，幼児は具体的な物体の存在に基づいて数を理解するとされ，具体操作期にあたる約7歳から約11歳までの段階で，具体的な操作や物体の操作に基づいて数の理解を進めるとされてきた。具体的には，前操作期の幼児は，数の個数の理解は限定的であり，同じものを重複して数えたり，とばしたり，また数の保存性を理解した上で，数を正確に数えることが難しい。さらに，数の大小比較は，不安定であり，幼児同士が競争する状況では，競争相手の判断によって影響を受けることが報告されている。これらの数概念が，小学校段階の具体操作期に発展し，物体に対する物理的な量の操作を通じてより深く理解され，幼児期にできなかった具体的操作が可能になり，質的な概念変化が育まれていくとされた。しかし，ピアジェの発達理論は，数学教育学をはじめ発達心理学に大きな影響を与えたが，その後批判的に検証がなされ，領域固有の知識の獲得と構造化として概念発達が説明されるようになったとされる（湯澤・湯澤（2011)）。

その後，1980年代頃以降では，Gelman & Gallistel (1978）などによって，乳幼児が数を計数するための

基本原理や，数の大小関係の認知などの数のスキーマをもっていることが主張された。例えば，Gelman & Gallistel（1978）は，以下の計数に関わる５つの原理を提唱し，それらは乳幼児期に生得的に備わっているとして，これらの原理に基づき数概念を発達させていくとされた。

①一対一対応の原理（One-to-One Correspondence Principle）
②安定順序の原理（Stable Order Principle）
③基数の原理（Cardinality Principle）
④抽象の原理（Abstraction Principle）
⑤順序無関係の原理（Order-Irrelevance Principle）

確かに，これらの５つの計数の原理は，自然数のシステムとして不可欠であるが，Piaget & Szeminska（1941）の数の保存性に対する知見で示されているように，幼児にとって生得的であるとはいえず，幼児期から児童期にかけて家庭や身近な環境の中で学習されると考えられる。

また，Fuson（1982）は，数唱や計数方略の発達に着目し，子供たちがすべての物体の数を数え上げる行為（count-all）から，徐々に数詞と物体の数との対応を理解していくと，途中の数から数え足す行為（count-on）に発達することを示した。これらの計数戦略は，計算方略にも影響し，具体的な対象や操作に基づいて計算を行う際に用いられていく過程が示されている。これらの知見に関連する研究は，我が国でも行われており，山内ら（1997，1998）は，数唱が４歳で30以上，５歳児で60以上の数ができることをはじめ，計数についても４歳児で30以上，５歳児で50まで数えられるといったように，数概念全般に発達がみられることを示している。また，大塚（2000）は，数唱や計数，数詞と数字の対応，数の合成・分解，多少判断などのさまざまな数概念の発達順序性を検討し，数の概念に関する項目ネットワークを構成することによって，さまざまな数概念の獲得から加減算習得にいたるまでの発達的な連関をモデル化している。また，丸山（2004）は，幼児期から小学校初期にかけての子供たちの数の理解と，数の合成・分解に関する方略の発達について調査し，数の合成・分解の問題を解答する際に，指と数唱を使用する実態を明らかにしている。その中で，年長児までの年齢発達に伴い，暗算方略，数唱や指を用いる方略の割合が高まること，暗算による念頭操作によって正答できる幼児が数唱や指を用いる方略よりも多いことを明らかにしている。

近年では，中橋・岡部（2022）が，瞬時に計数する能力であるサビタイジングに着目し，ドットの数を部分と部分の和として瞬時に認識する「サビタイジングを基盤とする認識」の実態を調査している。その結果，サビタイジングを基盤とする認識を求められるドット数が５以上の際に，反応時間のばらつきや誤答の増加が顕著になっていることを示している。そして，「「全体と部分の関係に着目する」ことが重要であり，個人差の要因であると考えられた。」と述べている。

以上のことから，数唱や計数，演算の意味などは，家庭や身近な環境などを通して発達していく現状があるが，数をまとまりとしてみる捉え方は，必ずしも自然に発達せず，結果として小学校低学年の「数の合成・分解」や「部分を求めるひき算」，「繰り上がりのたし算・繰り下がりのひき算」などの単元において躓く要因になっているのではないかと考えられる。

（2）構造的アプローチ

近年，数学教育学のEarly Algebraという研究領域において，数の構造的な理解が，計数や計算などの算数的知識と関連することが提唱されている。そして，特に幼児期の数概念の発達に対して，数の「部分と全体の関係性」に基づいた方略をとる構造的アプローチが提起されている（Davydov（1982），Schmittau & Morris（2004），Björklund et al.（2018），Ekdahl（2019））。「部分と全体の関係性」における構造的アプローチは，物の数を１つずつ順序だてて数える方略ではなく，数の部分と全体を同時に注目し，複数の集合として捉える方略である（Ekdahl（2019））。先述のClements（1999）や中橋・岡部（2022）の提起する「サビタイジングを基盤とする認識（conceptual subitizing）」は，数を部分と部分の関係で瞬時に捉え，全体の数を把握することであり，数構造の「部分と全体の関係性」の理解と強く関連しているといえる。

そして，部分と全体の関係性における構造的アプローチの良さとしては，例えば，Björklund et al.（2018）が，加法と減法の問題を解く際に，単に指を使うかどうかではなく，指を構造的にうまく使うと，指のパターン

によって数の部分と全体の関係を理解することができることを明らかにしている。具体的には,左手で３本,右手で４本を表した際に，それらの指を数えることなく，和の７を導く幼児の様子が示されている。また,Kullberg et al.（2020）は，５歳児を対象とする８カ月間の長期介入によって，介入群に参加した子供は,「部分と全体の関係性」を認識し，新規の算数課題において使用することを学んだことが示されている。その介入プログラムでは,「部分と全体の関係性」を認識するための活動やゲームが行われ，物体を組み合わせて全体を構成する方法や図形の部分と全体の関係性を探求する活動などが含まれている。

さらに，Neuman（1987），Cheng（2012）では，効率的な数え方を身につけず計数方略に固執し，一単位での数え方に頼っている子供について疑問が呈されている。例えば，Cheng（2012）は，特定の計数方略を学んだ子供は，より数の大きい繰り上がりの足し算課題に，より効率的な分解方略に変更したがらないことを指摘している。このようなことは，以前より指摘されており，横地（1981）は，３歳児から５歳児の加法と減法の計算方略を調査する中から,「むしろ重要なことは,10までの数の意味（とくに,分解と合成）を，しっかり教え，身につけさせることです。」と，数の構成の意味の重要さを指摘している。

以上のように，幼児期から芽生える数の概念発達に対して，数唱や計数方略の発達だけでなく，数を部分と全体で捉える構造的アプローチの有効性が近年明らかにされてきている。しかしながら，Cheng（2012）やEkdahl（2019），Kullberg et al.（2020），Björklund et al.（2021）では,「部分と全体の関係性」の理解を学習目標とするものの，その発達を分析するための評価課題に,「数の合成・分解」課題や加法・減法の文章題課題を用いている。つまり,「部分と全体の関係性」の理解の様相を明確にするような評価課題は，管見の限りみられない。数の「部分と全体の関係性」の理解が重要であるという指摘はあり，その教育の効果が検証されているものの，それらがどういった構成要素で捉えられるのかや，それらの実態は不明瞭だといえる。そして，構造的なアプローチの基礎となる数の「部分と全体の関係性」は，小学校低学年での躓きの現状から考えると，子供たちが必ずしも身につけているとは言い得ない実情がある。したがって,「部分と全体の関係性」に着目し，文献検討によりその構成要素を暫定的に設定することが，今後の課題として挙げられる。

４．構造的アプローチと「部分と全体の関係性」

前節では,「部分と全体の関係性」の理解が，どのように捉えられるのか，子供たちがどのように理解しているのかを明らかにするために,「部分と全体の関係性」に着目して構成要素を設定することが課題であることを指摘した。そこで,本節では,構造的アプローチである「部分と全体の関係性」に関して，どういった捉え方が重視されているのかを整理することで，その構成要素を検討することとする。

「部分と全体の関係性」に関する先行研究では,1980年代のDavydov（1982）をはじめとして，幼児期を対象に，子供の算数能力を向上させる学習内容や方法,その学習過程に関して議論されている（Davydov（1982），Ekdahl et al.(2016)，Ekdahl(2019)，Kullberg et al.(2020),Falkner et al.(1999)）。Ekdahl(2019)は,「部分と全体の関係性」に関連する数学的な原理として，①加算の可換原理（The commutative principle for addition）と，②補数原理（The complement principle）をあげている。①可換原理は，例えば7が5と2，2と5に分かれることや，それらの順序は関係なく総量（全体）が同じであるとみる観点である。②補数原理は，加法と減法の接続の基礎を形成し，A＋B＝Cの時に，C－B＝Aのように逆演算として変換可能とする原理である。これらの可換原理と補数原理のうち，可換原理は，加法に関する性質であるが，補数原理は，加法と減法との関係性に関する原理である。

また，Ekdahl et al.（2016）は,「部分と全体の関係性」を育む指導において，教師の発話や身振りを分析するためのコーディングの基準を設定している。その論考の中で，教師が部分と部分に分割された例を繋ぐ指導として，可換性や補数による等価性（compensation property）を使って，分割の例を全体的にあげることが扱われることが指摘されている。そして，その際に用いられる重要な数学的な考えとして，系統性（systematicity）と完全性（completeness）があげられている。まず，補数による等価性は，全体の数を7とした場合（等価）に，0と7，1と6，2と5などと，補数の関係から他の組み合わせを把握することであ

る。そして，その指導の際に，数が伴って変わる系統的な性質（共変性）に気づかせたり，さらに，分割の例の全体（完全性）をあげたりすることが行われていることを指摘している。

他の先行研究では，上記のEkdahl et al.（2016）の論考の系統性と完全性の２つに関連するものがある。数が伴って変わる系統的な性質（共変性）に関して，Falkner et al.（1999）は，８＋４=□＋５のような等式の関係について調査している。その結果，アメリカの小学生の多くの子供が12と誤答する傾向にあることを明らかにしている。この調査問題は，全体の数が12であり，部分の数が１増加していることから，被加数を１減少させて，７と回答することも可能である。我が国の第１学年の算数科教科書では，計算カードを系統的に並べることで，共変的に１ずつ変わる関数的な考え方が扱われている。その点で，当時のアメリカの子供と同様の結果となるか慎重な検討が必要であるが，我が国の低学年を対象とする研究は，管見の限りみられない。したがって，数が伴って変わる系統的な性質（共変性）に関する要素も，構成要素として求められると考える。

さらに，分割の例を完全にあげる完全性に関しては，Kullberg et al.（2020）の介入による実践研究があげられる。Kullberg et al.（2020）では，効果検証のために，「数の合成・分解」や「加法・減法の文章題」などの数的能力に関する調査問題が出題されている。その調査問題の１つに７＝□＋□があり，全体の数から分割される部分と部分の数をあげる問題となっている。この項目から着想を得ると，全体の数から，分割される部分と部分の数の２つを網羅的にあげる考え方（完全性）は，「部分と全体の関係性」の理解を把握するために，重要な考え方であると考える。

以上のことから，「部分と全体の関係性」に対する構成要素として，可換原理や補数原理，補数による等価性，数が伴って変わる系統的な性質（共変性），分割の例を網羅的にあげる完全性が考えられる。ただし，系統的な性質（共変性）については，「教育課程の系統性」などの意味で用いられることとの誤解を避けるために，共変性と述べることが望ましいと考える。したがって，本稿では，「部分と全体の関係性」の構成要素として，可換性，等価性，共変性，完全性の４つを暫定的に設定する。

これらの「部分と全体の関係性」を子供達が理解することは，数を具体的な数の組み合わせや式などで捉えていた認識から，数の構成として客観的に捉える考え方を育むこととなる。さらに，Ａ＋Ｂ＝Ｃといった加法構造をもとに，複数の数の構成を構造的に把握する代数的思考の考え方に気づくことで，十進位取りの構成や大きな数の加減法，そして乗除法の解法を理解することに繋がると考えられる。しかし，「部分と全体の関係性」を意識させる単元は，現行のカリキュラムにみられない。その結果，客観的な視点を自然に育む子供と，育めていない子供がいることが推測される。例えば，念頭操作の練習によって，「数の合成・分解」を暗記することができていても，可換性や等価性，共変性，完全性は，高次な概念理解であると推測されるため，十分に理解できていない可能性がある。その結果として，数の構成を断片的に記憶したり，文章題の立式が分からず回答できなかったりする実態があると考えられる。これらの実態に関しては，実証的な調査が求められる。

５．研究のまとめと今後の課題

本稿では，「部分と全体の関係性」と数概念の発達に関連する学術論文を調査した結果，数概念の発達に関する研究は，1960年頃からの計数方略によるアプローチと，1980年頃から数の構成に関わる「部分と全体の関係性」といった構造的アプローチの視点がみられたと整理することができた。我が国においても，数唱や計数方略によるアプローチを理論的背景とする先行研究が数多くみられ，幼児期の数概念の発達の様相が明らかにされてきたといえる。それらの数唱や計数方略を素地としながら，近年は数をあつまりとしてみるような構造的アプローチが見られるようになった。そして，「部分と全体の関係性」の理解は，計数方略よりも豊かな見方を育むことを指摘し，ひいては小学校低学年の改善に繋がることを提起した。さらに，今後の展望として，構造的アプローチによる「部分と全体の関係性」を捉える構成要素として，明確ではないことを指摘した。そして，本稿では，暫定的に「部分と全体の関係性」を可換性，等価性，共変性，完全性の４つを構成要素として設定した。今後は，それらの構成要素について，実際に子供たちがどういった理解をしているのか，実証的に検証していくことが

求められるといえる。

【引用・参考文献】

Aunio, P., Heiskari, P., Van Luit, J. EH. & Vuorio, J. M. (2015), The development of early numeracy skills in kindergarten in low-, average-and high-performance groups, Journal of Early Childhood Research, 13(1), 3-16

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J.-S. (2015), The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade, Journal for Research in Mathematics Education, 46, 39-87

Björklund, C., Kullberg, A. & Kempe, U.R. (2018), Structuring versus counting: critical ways of using fingers in subtraction, ZDM Mathematics Education, Vol.51, 13-24

Björklund, C., Ekdahl, A. L., & Kempe, U.R. (2021), Implementing a structural approach in preschool number activities. Principles of an intervention program reflected in learning, Mathematical Thinking and Learning, 23:1, 72-94

Carraher, D. W., Schliemann, A. D. (2007), Early algebra and algebraic reasoning, In F.K. Lester Jr (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning, 669-705

Carraher, D. W., Schliemann, A. D. (2015), Powerful ideas in elementary school mathematics, In L. D. English & D. Kirshner (Eds.), Handbook of international research in mathematics education (3rd ed), 191-218

Cheng, Z-J. (2012), Teaching young children decomposition strategies to solve addition problems: An experimental study, The Journal of Mathematical Behavior, 31(1), 29-47

Clements, D. H. (1999), Subitizing: What is it? Why teach it?, Teaching Children Mathematics, 5, 400-405

Davydov, V. V. (1982), The psychological characteristics of the formation of elementary mathematical operations in children, In Carpenter T. P., Moser J. M. & Romberg T. A. (Eds.), Addition and subtraction: A cognitive perspective, 224-238

Ekdahl, A. L., Venkat, H. & Runesson, U. (2016), Coding teaching for simultaneity and connections Examining teachers' part-whole additive relations instruction, Educational Studies in Mathematics, Vol.93, 293-313

Ekdahl, A. L. (2019), Teaching for the learning of additive part-whole relations, Jönköping University, Doctoral thesis, Dissertation Series, No.038, 1-121

Falkner K. P., Levi, L., Carpenter, T. P. (1999), Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra, Teaching Children Mathematics, December, 232-236

Fuson, K. (1982), An analysis of the counting-on solution procedure in addition, In Carpenter T. P., Moser J. M. & Romberg T. A. (Eds.), Addition and subtraction: A cognitive perspective, 67-81

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978), The children's understanding of number, Harvard University Press, 小林芳郎・中島実(訳), 数の発達心理学, 田研出版, 1989

長谷川孝志(2000), 集合, 中原忠男(編), 算数・数学　重要用語 300の基礎知識, 明治図書, 284

石田淳一・子安増生(1988), 小学校低学年の算数文章題における計算の意味理解の研究－演算決定および式のよみに焦点をあててー, 科学教育研究, Vol.12(1), 14-21

Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., Ng, S.F. (2016), "Survey of the State of the Art", "Early Algebra", 3-32

Kullberg, A., Björklund, C., Brkovic, I, & Kempe, U, R. (2020), Effects of learning addition and subtraction in preschool by making the first ten numbers and their relations visible with finger patterns, Educational Studies in Mathematics, Vol.103, 157-172

黒田恭史(2017), 本当は大切だけど, 誰も教えてくれない算数授業50のこと, 明治図書, 34-37

丸山良平(2004), 幼児が集合による数の合成・分解で使用する方略の実態, 上越教育大学研究紀要, Vol.24, No. 1, 257-270

松尾七重(2013), 小学校低学年の算数科における学習指導内容に関する問題点－その改善可能性についてー, 千葉大学教育学部研究紀要, Vol.61, 245-254

守屋誠司(2019), 第５章　数と計算(1), 守屋誠司(編), 小学校指導法算数, 玉川大学出版部, 65-87

中橋葵・岡部恭幸(2022), 幼小接続期における領域「環境」と算数科のカリキュラムの課題に関する一考察,

数学教育学会誌，Vol.62，No.3・4，1-14

Neuman, D. (1987), The origin of arithmetic skills: A phenomenographic approach, Gothenburg: Acta Universitatis Gothoburgensis

大塚玲(2000)，幼児の加減算習得にいたる数の理解に関する発達順序性，静岡大学教育学部研究報告，教科教育学篇，第31号，259-270

Piaget, J & Szeminska, A. (1941), A, La gene(`)se du nombre chez1’enfant. Neuchatel : Delachaux et Niestle. 数の発達心理学(遠山啓・銀林浩・滝沢武久，訳)，国土社，1962

Ramani, G. B. & Siegler, R. S. (2011), Reducing the gap in numerical knowledge between low-and middle-income preschoolers, Journal of applied developmental Psychology, 32(3), 146-159

Schmittau, J., Morris, A. (2004), The development of algebra in the elementary mathematics curriculum of V. V. Davydov, The Mathematics Educator, 8(1), 60-87

宇野友美・佐藤愼二(2013)，小学１年生における計算学習の現状と課題，植草学園短期大学研究紀要，Vol.14，69-77

山内昭道・松本尚子・安齊智子（1997)，幼児期の数概念形成についての研究 第１報 問題の所在と数唱と計数の調査研究，東京家政大学研究紀要，第37集，第１号，197-204

山内昭道・松本尚子・安齊智子（1998)，幼児期の数概念形成についての研究 第２報 幼稚園と保育園の幼児の比較，東京家政大学研究紀要，第38集，第１号，109-117

湯澤正通・湯澤美紀(2011)，乳幼児期の数量の概念変化，心理学評論，54巻第３号，283-295

横地清(1981)，第４章 数のとらえ方，幼稚園・保育園保育百科，明治図書，158-176

吉田甫(1991)，子供は数をどのように理解しているのか，新曜社

(2023年10月17日受稿，2023年11月24日受理)

Bulletin of the Faculty of Education, Fukuyama City University, vol. 12, pp. 25-33, 2024
doi: http://doi.org/10.15096/fcu_education.12.04

Trends in Research Regarding the “part-whole relationship”: Approaches in the Development of Number Concepts

OHTA Naoki [(1)]

The purpose of this study is to organize trends in research regarding the "part-whole relationship" and present prospects for further research. This relationship pertains to the construction of integers and is closely related to the development of number concepts from early childhood to the juvenile period. Reviewing academic papers regarding the "part-whole relationship" and the development of number concepts, it can be summarized that research on the development of number concepts has yielded various insights through counting approaches from approximately 1960. Additionally, since approximately 1980, the structural approach perspective emerged concerning the composition of numbers and the "part-whole relationship." Recently, research focusing on the structural approach has gained focus, posing a challenge. However, how children understand it is not clear, nor how to measure it, due to the complexity of the perspective. Furthermore, in this study, building upon the previous studies, we tentatively established four components related to the “Part-whole relationships”: commutativity, equivalence, covariance, and completeness.

Keywords : Part-whole relationships, Number Concepts, Counting Approaches, Structural Approaches

[(1)]Department of Childhood Education, Faculty of Education, Fukuyama City University