

数学教育における認識調査を活用した実践研究

太田 直樹⁽¹⁾

The lesson study that utilized the recognition investigation in mathematics education

OHTA Naoki⁽¹⁾

It is pointed out that teachers in classrooms are very busy in these years. Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology surveyed the real situation of their busyness. This report suggests that the recognition investigation is useful for “lesson study”. That is a mathematics pedagogical research method. The effectiveness of this research method is shown by the clear result from the prior works. In addition, practical studies categorized in four domains are presented for making image of lesson study strong and clear.

Keywords : lesson study, recognition investigation, example of lesson study

1. はじめに

近年、団塊の世代と言われるベテラン教員の定年時期をむかえ、新規採用教員の大量採用時期が続いている。実際、35歳未満の小学校教員の割合は、平成16年度18.8%、平成19年度20.6%、平成22年度23.5%となり、年々その割合が高まっている。その結果として、教育現場の若返りという利点がある反面、教育力の継承という課題が挙げられている。その教員採用試験の受験者の多くは、教育学部を卒業した直後の学生や、数年間の常勤講師の経験者である。つまり、近年の小学校教員養成課程を履修してきている。

現在の教員養成課程では、各教科の内容について、「教育課程及び指導法に関する科目」の半期2単位分を必修し、「教科に関する科目」として、9科目から4科目を半期2単位分選択履修することになる。例えば、算数科では、『算数科指導法（科目名称例）』を必修し、『算数（科目名称例）』を選択することになる。『算数（科目名称例）』は、学生の判断により、履修しないこ

ともある。

したがって、現在の教員養成課程では、最低各教科の半期2単位ずつの履修のみで、教員免許状を取得することができる。

このような状況で、週5時間（1年生のみ4時間）、6年間の合計1011時間程度ある算数科教育の指導が、適切に行えるであろうか。小学校教員は、指導内容の理論的な背景や、その内容に対する子ども達の認識、そしてそれらをもとにした指導方法を考察する視点を最低限身に付けなければならない。さらに、子ども達の数学・科学に対する興味や関心を育むためには、数学教育史、数学史、比較数学教育、数学の文化史などの素養を身に付けることが望ましい。しかしながら、これらを半期2単位の講義のみで行うのは、非常に難しい。このような小学校教員養成課程に対して、守屋（2008）は、「この状況で卒業した学生は、卒業直後の4月には、担任となり算数の授業をしなければならない。しかし、そんなことが可能なのであろうかと心

⁽¹⁾ 福山市立大学教育学部児童教育学科

配する。おそらく、小学校の若い先生方にしっかりとした算数科教育を期待すること自体が現在では無理なのであろうと思われる」と、問題を指摘している。

したがって、教員になってからの研修制度や各小学校での実践研究が、より一層重要となろう。この実践研究は、各自治体が主催する研究会や各校で行っている校内研修、また、民間の各研究団体が行っているものなど、多く存在している。例えば、各自治体が行っている研修には、2003年度から始まった10年経験者研修、2009年度からの教員免許状更新講習などがある。崎谷（2010）は、現職教員の実態や現職教育に関する研究を概観しているが、まだそれらを対象とする研究は少なく、現職教員を対象とした研究が必要とされている。したがって、より効果的で意義のある実践研究の在り方の検討が求められていると考えられる。

近年の研究としては、渡邊（2013,2014）が、現職教員の再教育に効果を示す実践的研究を行っている。渡邊（2013）は、数学教育学の理論的な背景を現場での実践研究に活かし、「実際に校内研修で取り組みを行った結果、子どもの学力が向上する、教員の指導の力量が質的に向上するなどの効果が認められ、現職教員の再教育の研修として有意義であることが示唆された。」と述べている。

そこで、本稿では、現在課題となった現場での実践研究をより効果的に実施するために、先行研究で行われてきた認識調査の効果を整理し直し、それらを活用する実践研究の視針を提案することを目的とする。さらに、筆者が小学校教員を務めた間に行った実践研究の一端を述べることで、認識調査を活用する効果を例示する。それらは、先行研究で、実践的に検証された数学教育学の知見を活かした事例である。

2. 教育現場の現状と実践研究の現状

本節では、現場の実践研究について述べる前に、小学校教員のおかれている現状について述べる。2013年度まで小学校の教育現場に奉職していた中で経験し、見聞きした教育現場の状況は、端的に言えば多忙であるといえる。その例として、各教員の行っている業務内容を以下に箇条書きにする。

【毎日行う業務内容】

- ・一日に4～6時限の授業

- ・子ども達の提出した宿題の評価・指導
- ・出欠の確認、欠席児童への連絡
- ・朝の会、帰りの会などのHRの運営
- ・給食の配膳、食育指導
- ・掃除の指導と確認
- ・子ども達のトラブル解決
- ・次回の授業の準備

【週にしばしば行う業務内容】

- ・保護者の方への連絡対応
- ・学級通信、学年通信の作成
- ・職員会議や学年・研究部などの会議
- ・総括的评价のためのテストの実施と評価
- ・子どもへの指導内容の教員間共有
- ・家庭への配布物の作成
- ・各種委員会・クラブ活動での指導

【特定の時期に集中的に行う業務内容】

- ・成績処理、成績管理
- ・通知表の作成
- ・出欠簿、指導要録の作成
- ・各種調査報告書の記述
- ・研究授業の指導案作成・検討会議
- ・校内学習環境整備
- ・教材費・給食費などの費用の計算

このように、教員の日々の仕事は多岐に渡り、直接子どもと接する教育活動以外の仕事も多い。また、週に数回の空き時間があることもあるが、ほとんどの時間が子ども達の提出した宿題の確認・評価の時間に費やされる。したがって、普段の授業の教材研究や準備は、放課後や休日に行うこととなる。

このような教育現場で、子ども達のために、勤務時間外の放課後や休日にも仕事に尽力されている教員は、決して少なくない。実際、文部科学省が2006年に公表した教員勤務実態調査によると、一般教諭の通常期（7,9,10,11月）の時間外勤務時間は、月平均39.5時間となる。また、これに、家庭に持ち帰っての仕事時間10.4時間を加えると、月平均約50時間の時間外労働を行っている現状にある。

一方、厚生労働省の行った毎月勤労統計調査（平成25年分結果確報）によると、民間企業の時間外労働は、全体で月平均10.4時間となっている。単純に比較すれば、公立学校の教員の時間外労働は、民間企業と比べて約5倍といえる。本稿では、労働環境に対して深入

りしないが、教育現場では、日々の実践研究に、落ち着いて取り組む時間が取れないことが推測される。

しかしながら、日本の教育現場での授業は、世界的に見れば質が高いと評価されている。清水（2005）によると、「算数・数学科を通して得られた日本の授業に対する高い評価は、1990年代には James Stigler 等の研究を通して、一般の教育研究者の間でも広く知られるようになった。そして、そのように質の高い授業ができるようになる日本に固有な授業改善の方法として、「実践研究（jyugyou-kenkyuu）」が世界中で知られるようになり、米国を中心にした先進国で、実践研究ブームが起きている」と、日本の実践研究の成果を指摘している。事実、日本の子ども達は、国際教育到達度評価学会（IEA）が実施している算数・数学教育の国際比較調査である TIMSS などの結果より、平均得点が高く上位に位置している。（国立教育政策研究所（2013））これらの世界的な評価は、数学教育学の成果をはじめ、教育現場での実践研究の成果にはかならない。

以上のように、多忙な業務を行っている中で、実践研究を行っているが、多くの熱意ある教員の成果によりは、世界的に見ると、その授業力や達成度は高い現状にある。

3. 数学教育学の認識調査の活用

本節では、教育現場の現状を指摘し、実践研究をより一層効果的で、持続的な研究にするための視点を提案する。

数学教育学の先行研究は、多岐に渡り、その成果によって明らかにされた知見が存在する。しかしながら、教育現場での実践研究は、先行研究をもとに、新たな知見を得ようとする視点よりも、教育内容に対する指導方法や教材の提示方法などについての研究が多いと感じる。例えば、学習指導案や研究資料の中には、引用文献・参考文献が書かれておらず、実践報告となっていることがある。確かに、実践研究は、子どもを対象とした研究であるため、「どのような指導を行うと子ども達の学習が促進されるか」「教材をどのように提示すれば、子ども達が意欲的に学習を展開できるか」などの視点は、重要であり教員にとって興味深いことである。そこで、そのような視点に、先行研究で残された教育課題や、それを改善する指導提案、教育学と

して一般化する視点で研究を行えば、さらに発展させることができるであろう。

学力向上に関わる実践校の指導助言を行っていた守屋（2006）は、「実践研究の手順は、時期の決定、学年の決定、単元の決定、指導案の作成、授業実践、反省会となっている。単元の決定は年間指導計画の中から研究授業の時期に合わせられる。」と実践研究の流れを述べ、研究授業の時期から実践研究をスタートするのではなく、子ども達のつまずきの実態や教員の課題意識からの実践研究の必要性を指摘している。

また、教員養成大学に長年勤めていた数学教育者である鈴木（2006a）は、多くの公立小・中学校の教育現場への指導・助言に関わり、表1のように、教育現場での実践研究を「数学の内容のレベル」と「子ども達の認識」という2つの観点で類別を行っている。

表1 授業の類型

	教科書同様	やや発展	発展
認識あり	A	B	C
認識なし	D	E	F

また、鈴木（2006b）は、算数・数学の授業に、次のように問題点が潜んでいると指摘している。

- 1) 教師にとって教科書はバイブルに近い存在となっている。記述された内容を客観的に評価するだけの力量が形成されていない。
- 2) 指導法は概して、負の遺産を引きずっている（例：1960年代初頭の教育運動-量の四段階指導、分数計算とシエマ-）。
- 3) 子ども達の認識発展（数・量、空間、論理等）を研究しようとする意識に乏しい。
- 4) 教科書べったりの授業が多い。自らの手で教材を創造し、これを実践に附するという体験に乏しい（研究方法、苦しみや楽しさ…を含む）。

これらの指摘により、よい良い算数・数学教育の実践研究とは、学習指導要領や教科書の内容を最低レベルとし、子ども達の数理認識をスタートとする実践であると考えられる。しかし、現状の実践研究は、子ども達の数理認識をもとに、それを高めるという視点より、授業をどのように指導するかに重点がおかれていることに課題がある。

さて、この子ども達の数理認識は、数学教育学の1つの研究分野である。日野（2010）は、1960年代以

降の研究論文を概観し、「認知・認識論研究では、どのような問いが追及されているのだろうか。まとめてしまえば、子どもの知り方、つまり、子どもの心的な構造の解明と、それを配慮した実践の提案ということができであろう。」と述べている。これらの研究は、教育現場で「子どものつまずき」として議論されている内容である。

このように、数学教育学では、発達心理学、認知心理学などの理論を背景に、数学の概念に関する子どもの捉えや考え方を明らかにすることを目的とした先行研究が数多くなされてきている。これらの知見を活用すれば、子ども達が同様に躓くことを改善することができ、実践研究の質を積み重ねることが期待できる。

近年、教育現場での効果的な校内研修・教材研究として、渡邊（2013,2014）が子ども達の認識に関する研究を活用する必要性を述べている。渡邊（2013,2014）は、RTMaC（Right Teaching Mathematics Cycle）と名付けた実践研究を提案し、その指導・助言を行っている。この実践研究の特徴は、学習前や学習後に実施する「認識調査」にある。この認識調査について、渡邊（2013）は、「学習前に行える認識調査とは、これから子どもが学習する内容に関する子どものとらえを探る調査である」と述べている。

この認識調査の効果について、筆者が小学校教員を務めていた経験をもとに整理し直し、以下に詳述する。

まず、認識調査は、多くの学校で行われているレディネステストのようであるが、根本的な考え方に大きな違いがある。一般的に行われるレディネステストは、以前の関連領域で学習した既習の内容に関する問題のみが出題され、主に知識や技能を問うことが多い。一方、認識調査では、これから学習する内容に関する概念や問題解決に必要な考え方なども問うことに大きな特徴がある。したがって、認識調査を作成するためには、「学習する内容の数学的な概念は何か」「どのように考え捉えさせるのか」「学習する内容の数学的な繋がりはどうなっているか」などを教員が考える必要があり、指導単元を事前に深く教材研究することができるのが利点である。

そして、子ども達が教える内容に対してどのように考えているかを事前に教師が知っているために、単元の指導計画の中で、軽重をつけて指導計画を設定することができる利点もある。例えば、子ども達が生活

経験の中で既に理解していることに費やす時間を減らし、深く理解できていない内容に関する時間にあてることが可能になる。

また、実際の授業場面でも、子どもの発言や眩きに含まれている認識をあらかじめ知り得ているため、適切に価値判断して取り上げ、指導することができる。

最終的に、単元の事後に認識調査を行えば、子どもの認識の高まりを把握することで、指導の成果と改善点を自ら振り返ることができ、今後の指導方法の改善に繋がる。

以上述べた認識調査を取り入れた実践研究の効果をまとめると以下ようになる。

- 1) 認識調査を作成する段階で、指導単元の重点目標、指導の系統性、数学的背景を教材研究することができる。
- 2) 学校教育で未習の内容を含む子ども達の考え方や知識（誤認識）を事前に把握できるため、単元の指導計画の中での軽重を設定できる。
- 3) 子ども達の認識を把握できるため、指導の際に、子どもの発言や眩きの意図を理解し、その価値を適切に活かすことができる。
- 4) 指導の成果と改善点を把握し、子ども達への次の指導や同様の教育内容の指導に対する改善の視点になる。

このように、以前から行われていたレディネステストを新たな視点を入れて発展させることで、子ども達の数理認識に対する課題を把握し、数学教育学的な新たな知見を教育現場から積み重ねることに繋がる。その視点は、実践研究を一過性の研究とせず、積み重ねのある研究に高め、数学教育学として一般化することになる。個々の教員や学校の研究としても、授業改善に繋がるであろう。また、調査時間が十分にとれない校内研究以外の通常の授業では、認識調査を簡略化したり、事後の認識調査を省略したりすることで、上記1)～3)の効果は十分得られる。

4. 認識調査を活用した実践研究の事例

前節で述べた通り、今後求められる教育現場での数学教育の研究は、認識調査を活用した実践研究である。

さて、私立小学校は、公立小学校とは異なり、独自のカリキュラムの設定が許されており、自由な実践研

究を行える状況にある。建学の理念に照らし合わせながら、児童の現在の生活や将来の生活にとって価値ある問題解決力、数学的な思考力、知識・技能を育てることを意図した実践を行うことができるのである。また、教員の大きな人事異動がないために、研究実践の積み重ねを行い易いのも利点の1つであろう。筆者は、私立小学校に勤める中で、先行研究で明らかになっている子ども達の数理解識を参考に、いくつかの実践研究を行ってきた。その一端を示すことで、前節に述べた子ども達の認識を高める実践研究を例示する。

4-1 分割分数を分数指導の導入で取り入れる指導

展開－「数と計算」領域－

分数の指導に関わる先行研究は、分数の意味の多さと、その指導の難しさにより、多数行われきている。例えば、森川(1998)などいくつかの先行研究より、図1のような問題に関して、全体を1とする分割分数で促える誤認識が指摘されている。

この要因は、日本で日常的に使われる分数が、割合

下の図は、2mまで測れる巻尺です。

この巻尺の $1/2$ mのところを↓を入れましょう。



図1 分数の誤認識を表す問題

や分割した量を表す分数であることが考えられる。つまり、子どもが、素朴に認識している分数の意味は、等分割した大きさを表す分数の分割分数である。そのため、1以下の分数では、分割分数の方が理解しやすいと考えられる。そして、続く次学年での1より大きい分数の指導の中で、量分数として、認識を高めるために、「2mの中の $1/2$ m」を写真1のように、取り立てて指導することが必要であると考えられる。詳しくは、太田(2009)を参考にされたい。

このように、子ども達が日常生活の中で、素朴にもっている分数の認識が分割分数であることを認識調査によって明らかにすることで、その意味から指導することが理解し易いことを判断できるようになる。そして、量分数の指導の際には、その認識の為に、つまずきの要因となっているという視点によって、より重点的に指導する判断に活用することができる。

4-2 三角形・四角形の素朴な認識と日常生活の

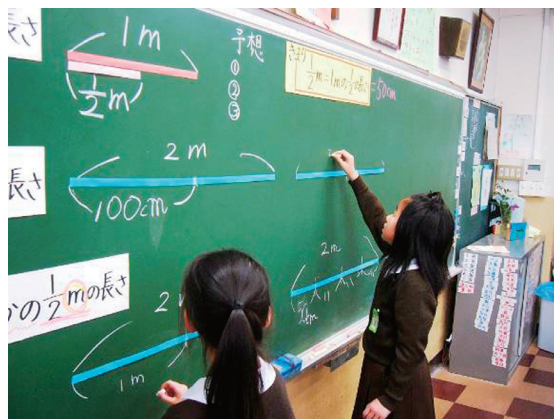


写真1 分数の誤認識を扱う授業場面

関係－「図形」領域－

図形領域では、曾我(1964)によると、以下の図2のような誤認識をしていることが明らかになっている。図2の認識調査は、私が前勤務校に在職中に、算数部会で調査研究した結果の一端である。この調査の際には、曾我(1964)の行った認識調査を参考にした。

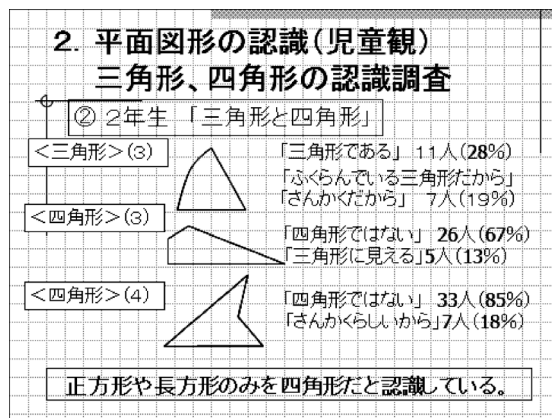


図2 三角形・四角形の認識調査の結果

この調査結果より、2年生の子ども達は、三角形・四角形の用語を知っているが、数学上の正しい定義と同様に認識していないことが明らかになった。また、子ども達の理由の記述より、身近な生活でよく用いられる正三角形や正方形を三角形や四角形であると認識する傾向があり、図形の置き方や辺の長さなどにより、異なる形であると考えていることが明らかになった。そこで、実際の指導計画では、その誤認識について、改めて考えさせる時間を設定し、今までの認識を

含み、より一層広く正しい認識へと高める授業を可能にした。

このように、認識調査をすることによって、子ども達が数学の用語の名称を既に知っていることが事前に把握できる。そして、その概念が正しくないことをもとに、どの認識が不十分であるかを把握し、その認識を高める指導に時間を有効に活用することができる。

4-3 重さの概念と性質（不変性と普遍性）の指導 -「量と測定」領域-

「量と測定」領域の指導では、四段階指導と言われる普遍単位の必要性を導入させるための指導計画が一般的である。この四段階指導では、直接比較→間接比較→任意単位比較→普遍単位比較という過程を辿り、それぞれの量の普遍単位の成立過程を扱っている。この指導の流れは、学年が上がる毎に軽重の差はあるが、長さ、嵩（かさ）、角度、重さ、面積、体積など、どの量の指導でもほぼ同様である。

さて、本稿では、量の概念の1つである重さについて例示する。重さは、その量の大小関係を視覚的に判断しづらい量である。また、体積や密度とも関連する量であり、日常生活の中だけでは、正しい認識になっていないことが考えられる。そこで、写真2で示すような実験を行った。

この授業での課題は、次のようであった。
「同じ大きさ（面積）の紙が2つあります。1つはクシャクシャに丸めます。もう一つは、そのままです。この2つはどちらが重いでしょう。」

当然、正しい重さの認識は、「もとの紙の大きさが等しいならば、重さも等しい」となるので、同じ重さとなる。しかしながら、この時の指導では、3年生児童のほとんどが丸めた方が重いと答えた。つまり、重さの不変性を理解していないと考えられる。丸めた方が重い理由としては、「丸めたら固くなるから、重くなる」「丸めると、早く落ちるようになるから重くなると思う」などの意見が出された。このように、子ども達は、日常生活を通して、自分たちなりの論理を駆使して推論していることが分かる。実際の指導では、議論だけでは結論が出ないので、写真2のように、計測機器（上皿天秤）を用いて、同じ重さであることを目で見て確認する指導を行った。

また、次の授業では、1kgの綿と1kgの鉄の重さ



写真2 形の違いによる重さの比較の実験

の比較についても考えさせる指導を行った。この指導は、重さの他の性質である普遍性の指導を意図して行った。子ども達は、この普遍性についても、綿よりも鉄の方が重いことが多いという日常経験に影響されることが指摘されている。この単元指導の中では、不変性の概念を検討し習得する中で、子ども達が自然に、1kgという量が普遍的であることを考えるようになっていた。

このように、量そのものの性質を理解することも、それぞれの量の概念を理解することであろう。四段階指導により普遍単位を導入し、その後、加法減法の計算、単位量当たりの乗除法の指導だけに終始するのではなく、子どもの量の認識を高める指導が必要であると考えられる。

4-4 関数（比例・反比例）の指導 -「数量関係」領域-

「数量関係」領域は、大きく分けて、関数、統計、代数（文字と式）の3つがある。本稿では、この中で関数に関する実践について述べる。

小学校での関数教育は、学習指導要領によると、「第1学年から第3学年では、ものともとのとを対応付けたり、-中略-乗数が1ずつ増える時の積の増え方の様子に着目したりすることができるように指導する」と記載され、1年生から関数的な考え方を育てることとなる。そして、関数関係の中で特別な比例・反比例についての学習が高学年で扱われる。

しかしながら、表を縦や横にみて規則を見つけることや、比例反比例の式やグラフ表現などは扱われるが、関数としての基本的な考え方を扱っていない。具体的

には、「対応や関係を考える学習の欠如」「実在から変量を抽出する指導の欠如」や「式、表、グラフの重視」のような課題があると以前より指摘されている。(横地 (1962), 岡森 (1981))

岡森 (1981) の行った認識調査によると、「中学年に進むにしたがって、時計、身長、体重など量的な変化に着目することが多くなってきている。高学年では、さらに量的な変化に着目している。」と、小学生の子ども達が、変量を抽出できることを指摘している。そこで、現在の子ども達にも、変量の抽出が可能かどうかを明らかにするため、写真3のように変量の抽出を意図した実験を児童に行わせることを試みた。さらに、実践事後に、アンケート調査を行い、変量の抽出が可能かどうかを調べた。



写真3 変量の抽出を意図したおもりの実験

この調査結果より、子ども達は、ある数量が変量であることや、2つの変量が伴って変わる変量であるかどうかを判断することができることがわかった。また、関数についての認識を明らかにするために、図3のような調査問題をおこなった。その調査結果を図4に示す。

図3, 4より、①の二次関数では22名(76%)の児童が、②の比例関係は全員が、関数であると判断している。①で、関数でないと判断している児童は、「グラフが直線でないから」と理由を記述している。しかし、③のような不規則な関数は「規則がないから」と、関数でないと判断している。子ども達は、比例のようにグラフが直線になる関数や規則的に増加している関数を関数と判断するが、不規則な関数は、関数であると捉えないことが示された。つまり、子ども達の中には、規則的な関数のみを関数であると誤認識している

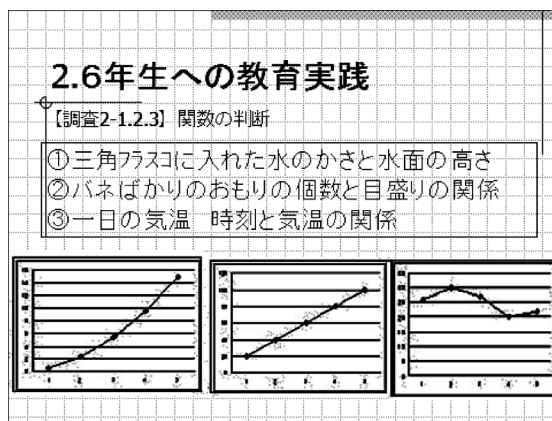


図3 関数の判断についての調査問題

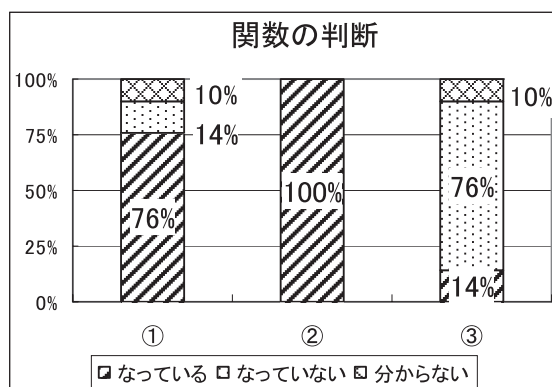


図4 関数の判断についての調査結果

と考えられる。

この実践研究を通して、子ども達の認識から、指導が十分でなかった点が明らかになり、指導を補うことができた。また、次年度以降の比例・反比例の指導を改善する視点を得ることが可能になる。したがって、実践研究の積み重ねが可能となる。

5. おわりに

本稿では、教育現場の実践研究をより有意義にするために、数学教育学の研究方法である認識調査を活かした実践研究について提案した。筆者の拙い実践事例が、実践研究のイメージにつながる一助になることを願っている。

日本には、多くの熱心な実践研究者(教員)がいるが、公開授業研究の参加率に比べ、一般化された理論を知る機会である数学教育に関する学会等への参加率が低いのが現状であろう。教科教育学の研究は、大学の研究者が行うものであるという、教育現場での教員

の捉え方を表していると感じる。本来、現場での教育活動と、数学教育学の理論は、密接な関係にあり、子ども達にとって有意義な学習に繋がるものである。新たな知見を積み上げ実践研究を発展させていく研究方法は、教員の授業力の向上に繋がり、その結果として、子ども達のつまづきを減らし、算数への興味・関心を伸ばすことに繋がるであろう。したがって、このような実践研究者としての考え方を伝えることは、教員養成を行う大学教員の責務であると考ええる。

付記

本研究は、2014 年度福山市立大学教員研究費（重点）の助成を受けて実施した。

【引用・参考文献】

- 1) 太田直樹（2009）,「等分する考え方をもとにした分数の導入」,『日本数学教育学会誌臨時増刊総会特集号 91』,日本数学教育学会, 49
- 2) 太田直樹（2011）,「変量の抽出を意図した関数指導の一実践」,『数学教育学会秋季例会発表論文集』,数学教育学会, 186-188
- 3) 岡森博和（1981）,「V 部 関数への試み」,横地清編,『数学教育学序説下』,ぎょうせい, 259-316
- 4) 厚生労働省（2013）,『毎月勤労統計調査平成 25 年分結果確報』,平成26年 2 月18日
<http://www.mhlw.go.jp/toukei/itiran/roudou/monthly/25/25r/25r.html>
- 5) 国立教育政策研究所（2013）,『TIMSS2011 算数・数学教育の国際比較』,明石書店
- 6) 崎谷真也（2010）,「第10章 数学教師論・教員養成論」,日本数学教育学会,『数学教育学研究ハンドブック』,東洋館出版, 450-455
- 7) 清水静海他（2005）,『図でみる日本の算数・数学授業研究』,明治図書
- 8) 鈴木正彦（2006a）,「授業評価システム事業」,『2006 年度数学教育学会春季年会発表論文集』,数学教育学会, 78-80
- 9) 鈴木正彦（2006b）,「教育現場の実践から投射した教員養成の実像とその課題」,『2006 年度数学教育学会秋季例会発表論文集』,数学教育学会, 176-178
- 10) 曾我哲夫（1964）「3 / 自然と量」,横地清・竹内嗣郎・曾我哲夫,『小学生の思考力Ⅱ』,三一書房, 69-140
- 11) 日野圭子（2010）,「§ 1 認知・認識論」,日本数学教育学会,『数学教育学研究ハンドブック』,東洋館出版, 294-309
- 12) 森川幾太郎（1998）,「分数（戦後の歴史を含めて）」,横地清編,『新版21世紀への学校数学の展望』,誠文堂新光社, 170-180
- 13) 守屋誠司（2006）,「[分らないことは子どもに開け!] の意味と実践」,『2006 年度数学教育学会 秋季例会発表論文集』,数学教育学会, 66-68
- 14) 守屋誠司（2008）,「算数・数学教育の授業力を持つ教員を育成する試み」,『京都教育大学教育実践研究紀要』第8号, 1-10
- 15) 文部科学省（2006）,『教員勤務実態調査暫定集計（7 ～ 11月分）の概要』,
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/07062816/006/009.htm
- 16) 横地清・長妻克亘（1962）,『割合の批判から量へ』,明治図書
- 17) 横地清, 菊池乙夫（1962）,『小・中学校における関数の現代化』,明治図書
- 18) 渡邊伸樹（2013）,「現職教員の再教育に効果的な研修に関する実践的研究 その1」,『数学教育学会誌 Vol.53/ No.3・4』,数学教育学会, 121-129
- 19) 渡邊伸樹（2014）,「現職教員の再教育に効果的な研修に関する実践的研究 その2」,『数学教育学会誌 Vol.54/ No.1・2』,数学教育学会, 23-3

（2014年10月31日受稿, 2014年12月 8 日受理）